小山工業高等専門学校研究紀要
第 39 号 (2007) 65－68

数値解析による応力拡大係数の算出方法

A calculation method of stress intensity factor by numerical analysis

川 村 壮 司

Takashi KAWAMURA

1. はじめに

数値解析による応力拡大係数の算出は，様々な手法が提案されている．代表的な数値解析は，有限要素法（FEM），境界要素法（BEM）および体積力法（BFM）がある．応力拡大係数の算出を二次元問題に限れば，BFMが極めて有効である．応力拡大係数の基本的な問題の厳密解を載せたハンドブックに用いられていることからもわかるように，その解析精度は極めて高い．FEMとBEMの精度検証を行ったものはあるが，FEM（ANSYS）とBFMの精度をお互いのソフトを利用して比較したものはない．

そこで本論文は， FEM（ANSYS）とBFMを用いて，二次元問題の応力拡大係数を求め，その精度を比較した．

2. 応力拡大係数

応力拡大係数は，Irwinによって提案された，き裂を有する材料の破壊の予測を行うことができる破壊力学で用いられる強度評価パラメータのことである．
応力拡大係数の一般的な基礎式は，一個のき裂を持つ板材の引張り問題では(1)式である．

$$K_I = \sigma\sqrt{\pi a} \quad \cdot\cdot\cdot (1)$$

応力拡大係数の使用方法，すなわち，線形き裂力学について二次元問題のモードＩ型き裂材を例にとって説明する．以下，き裂先端を原点とする．図1は，線形き裂力学の概念を模式的に示したものである．

線形き裂力学は，試験片(1)と実物(2)において，応力拡大係数KIが両者で等しいとき，き裂先端付近の弾性応力場が等しくなり，さらにレスポンスの等価性により弾塑性応力場も等しくなり，したがって試験片と実物で同一現象が生じることを保証するものである．すなわち，線形き裂力学は応力拡大係数KIを厳しさの尺度とするものである．

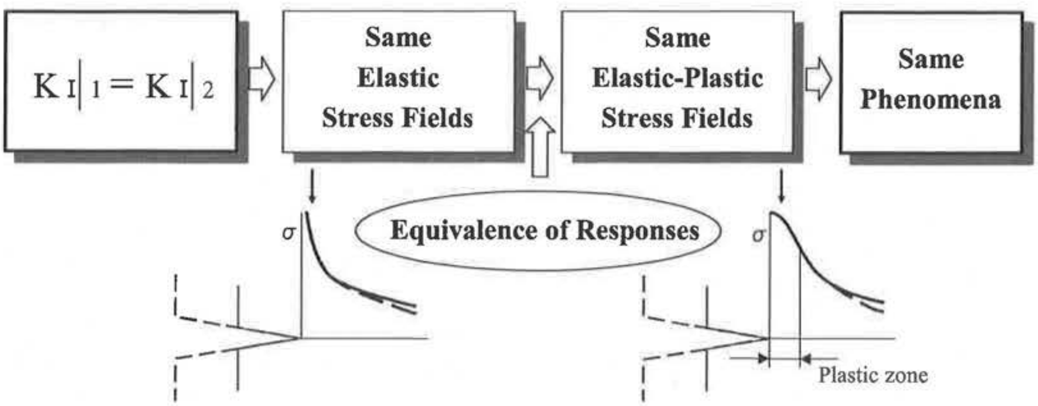

Fig.1 Linear crack mechanics [1 : Specimen , 2 : Real Object].

3. 解析条件

図2は，平面応力条件下の解析に用いた，中央にき裂を有する帯板の形状と寸法を示している．また，寸法は図2に示すとおりである．

図3は，FEM解析で用いた解析形状に対する要素分割を示している．なお，計算対象領域は対称性を考慮して図2の細線を施した1/4の部分に該当している．

図4は，BFM解析で用いた解析形状に対する要素分割を示している．なお，計算対象領域は対称性を考慮して図2の細線を施した1/4の部分に該当している．BFMの分割では，き裂部分はそのままの長さにする．

材料は，軟鋼（ヤング率E=210GPa，ポアソン比ν=0.3）とした．

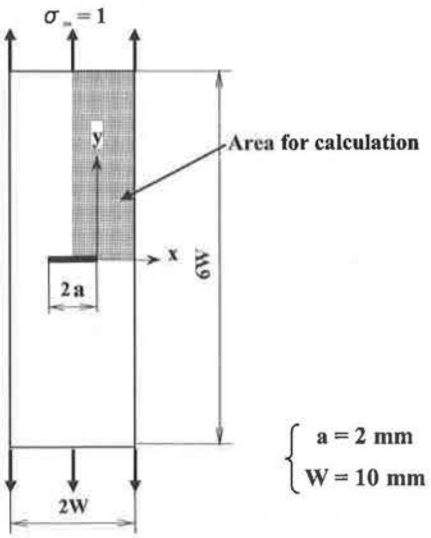

Fig.2　Treated　problems.

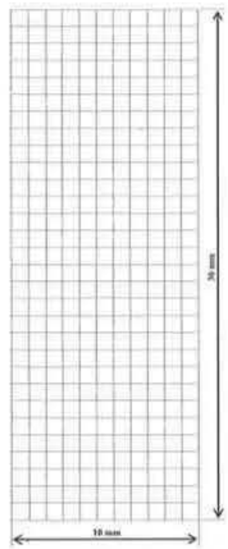

Fig.3　FEM mesh pattern.

Fig.4　BFM mesh pattern.

4. 数値解析による応力拡大係数の算出

本論文では，FEM（ANSYS）とBFMを用いて，二次元問題の応力拡大係数を求め，その精度を比較する．また，FEMとBFMの利用の仕方についても簡単に述べる．

4.1 FEMによる応力拡大係数の算出

FEMを用いて与えられた問題について解析を行う場合の手順について簡単に書く．なお，操作

方法については，ANSYSを用いているので，ご理解頂きたい．ちなみに，ANSYSの特徴は，一般的な有限要素法汎用プログラムのようなプリプロセッサやポストプロセッサが別々のプログラムになっていないことである．すなわち，連立方程式を解くソルバープログラムとモデルを作成するプリプロセッサおよび結果処理を行うポストプロセッサがすべて一つになっている．よって，モデル作成，境界条件，解析オプションの設定，結果処理が同じGUIで行える．つまり，一般的な有限要素法汎用プログラムよりは操作が簡単で利用しやすいものである．

① 解析するモデル形状を作成する
② エリアの要素分割を行う（き裂の解析を行う場合は特異要素を使用するなどの知識がいる）
③ 境界条件の入力を行う
④ 材料定数の入力を行う
⑤ 解析の実行
⑥ 解析結果の考察

以上である．

FEMでは，応力拡大係数は直接求めることはできないので，外挿法などの方法を用いて求める作業が必要になる．

図5は，FEMの操作画面を示している．操作画面は素人でもわかりやすいように日本語表示され，操作自体もわかりやすいようになっている．そこで，次に，応力拡大係数を応力外挿法により求め，厳密解と比較した．

図6は，FEMの場合，応力外挿法により，無次元化応力拡大係数を求めた結果である．縦軸に無次元化応力拡大係数，横軸にき裂先端からの距離を取っている．これより，わかるように，応力外挿法により求められた無次元化応力拡大係数は1.0964で，厳密解との誤差は，7.0%である．

このように，FEMを使って，応力拡大係数を求める場合，エクセルなどを用いることも必要になり，手間がかかる．

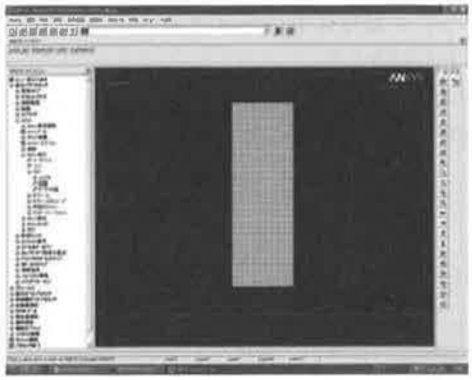

Fig.5　Operation screen(ANSYS).

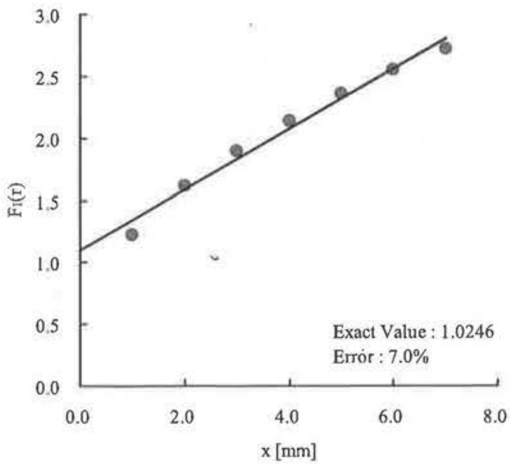

Fig.6　Stress extrapolation method.

4.2 BFMによる応力拡大係数の算出

BFMを用いて与えられた問題について解析を行う場合の手順について簡単に書く．

① 解析するモデル形状について，要素分割数と境界条件および材料定数の入力をする
② 解析の実行
③ 解析結果の考察

以上である．

BFMでは，ある程度の分割数を与えておけば，その解析精度は十分である．なお，応力拡大係数について精度を必要とする場合は，収束させることが好ましい．

図6は，BFMの解析を行うためのデータである．FEMに比べると格段の簡便さであると思う．

```
Center Crack
  3  0.0   0.0   0.0  210000000000.0   0.3    1     0  0.0   0.0   0.0    3
  0    0     0   0.0             0.0   0.0  0.0
  4 10.0   0.0  10.0            30.0
  0    0     0   0.0             0.0   1.0  1.0
  4 10.0  30.0   0.0            30.0
  2    0     0   0.0             0.0   0.0  0.0
  4  0.0   0.0   2.0             0.0
  0
  0
```

Fig.7　Example of inputting BFM.

表1は，BFMにより，今回与えれた問題について，無次元化応力拡大係数を分割数により収束させたときの過程および分割数とFIの関係を示している．これより，BFMによって求められる値は，粗い分割数でも，精度良く求まっていることがわかる．また，全体的に比較的少ない分割数でも厳密解との誤差も少ないことがわかる．

Table1　Conclusion process.

N	F_I
4	1.02444
6	1.02455
8	1.02458
10	1.02458
12	1.02459
14	1.02459
16	1.02459
Final	1.02459

表2は，BFMにより，今回与えれた問題について，無次元化応力拡大係数を石田らが求めた解と比較したものである．これより，BFMで求めた解は，分割数が粗くても精度がいいことがわかる．

Table2　Reference solutions.

Isida	1.0246
Feddersen	1.0254
Tada	1.0240
BFM	1.0246

このように，BFMを使って，二次元問題の応力拡大係数を求めることは，極めて有効である．

BFMが応力拡大係数や応力集中係数の解析において，解析精度が高い理由を述べる．

FEMは領域型解法であるのに対し，BFMは境界型解法である．よって，境界上に生じる応力などを求めることを得意としている．これは，き裂の解析において，FEMだとき裂先端に生じる応力は，本来，無限大であるので，応力特異性をそのまま表現することはできない．よって，FEMで求めたき裂先端近傍の値を使って，外挿などの手法で応力拡大係数を求めるしかない．

一方，BFMは，き裂の解析において，基本密度関数を定義することによって，き裂先端の応力特異性を厳密に表現することができるので解析精度がよい．

5. おわりに

本論文では，FEM（ANSYS）とBFMを用いて，二次元問題の応力拡大係数を求め，その精度を比較した．また，FEMとBFMの利用の仕方についても簡単に述べた．

これにより，二次元問題におけるBFMの有用性が認識されたと思う．

「受理年月日　2006年9月29日」